

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВПО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений



Каменский М.И.

подпись, расшифровка подписи

19.05.22 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.27 Основы и математические модели механики  
сплошной среды**

- 1. Код и наименование направления подготовки / специальности:** 01.05.01  
фундаментальные математика и механика.
- 2. Профиль подготовки / специализации:** современные методы теории функций в  
математике и механике
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** высшее профессиональное образование  
(специалист)
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа  
и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Сапронова Татьяна Юрьевна, к.ф.-м.н., математиче-  
ский факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений,  
tsapr@mail.ru
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол № 0500–03 от  
24.03.2022
- 8. Учебный год:** 2025–2026 **Семестр(ы):** восьмой
- 9. Цели и задачи учебной дисциплины**  
*Целями освоения учебной дисциплины являются:*

- изучение общих принципов механики сплошной среды и наиболее употребительных математических моделей сплошных сред;

*Задачи учебной дисциплины:*

- научить студентов решать задачи по механике континуума.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина «Основы и математические модели механики сплошной среды» является обязательной дисциплиной блока Б1.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Основы и математические модели механики сплошной среды»:

- математический анализ (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интегралы, частные производные);
- аналитическая геометрия (действия с векторами);
- дифференциальные уравнения (дифференциальные уравнения первого порядка, линейные дифференциальные уравнения и системы);
- линейная алгебра (векторы, матрицы, тензоры).

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Коды	Индикаторы	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики.	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать: основные понятия, законы, теоремы и модели механики сплошной среды.  Уметь: использовать изученные законы и теоремы при решении задач по механике сплошной среды.  Владеть: навыками выбора методов решения задач по механике сплошной среды.
		ОПК-1.2	Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	
ОПК-2	Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2.1	Владеет основами планирования экспериментов с математическими моделями, знает численные и численно-аналитические методы построения решений.	Знать: численно-аналитические методы построения решений задач по механике сплошной среды.  Уметь: анализировать моделируемую систему и выбирать методы моделирования.  Владеть: навыками разработки математических моделей механики сплошной среды и их численной реализации.
		ОПК-2.2	Умеет выбирать методы моделирования и анализировать моделируемую систему.	
		ОПК-2.3	Имеет практический опыт разработки математических моделей и их численной реализации.	

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) — 4/144.**

**Форма промежуточной аттестации — зачет с оценкой.**

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость				
		Всего	По семестрам			
			сем. 7		сем. 8	
			ч.	ч., в форме ПП	ч.	ч., в форме ПП
Аудиторные занятия		68		68		
в том числе:	лекции	34		34		
	практические	34		34		
	лабораторные	0		0		
Самостоятельная работа		76		76		
в том числе: курсовая работа (проект)		0		0		
Форма промежуточной аттестации		Зачет с оценкой 0		Зачет с оценкой 0		
Итого:		144		144		

#### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Основные понятия и законы классической механики	<p>Тела, масса. Взаимодействия тел. Системы сил, результирующая сила. Попарная уравновешенность, сбалансированность систем сил. Мир событий как модель реального мира движущихся и взаимодействующих тел. Системы отсчета, замена системы отсчета. Движение, актуальные конфигурации тел. Основные характеристики движений и взаимодействий.</p> <p>Основные законы классической механики: закон сохранения массы, закон соотнесенности сил и конфигураций тел, закон независимости мощности работы результирующих сил от системы отсчета. Следствия о сбалансированности и попарной уравновешенности системы сил и моментов сил.</p> <p>Большая система активно взаимодействующих тел. Инерциальные системы отсчета. Законы инерции Ньютона. Активные силы и силы инерции, даламберово равновесие. Первый и второй законы движения Эйлера.</p>	
1.2	Основные гипотезы механики сплошной среды.	<p>Основные гипотезы механики сплошной среды: гипотеза сплошности, гипотеза распределенности массы, гипотеза распределенности массовых и поверхностных сил; контактный характер поверхностных сил. Законы движения Коши-Эйлера в механике сплошной среды.</p> <p>Способы описания движения: материальное описание, лагранжевы способы (отсчетное и относительное описание), эйлеров способ (пространственное описание), — их эквивалентность.</p> <p>Материальные производные скалярных, векторных и тензорных механических характеристик по времени. Представление вектора ускорения и уравнения неразрывности в лагранжевой и эйлеровой формах. Кинематический смысл дивергенции поля скоростей в эйлеровом описании. Изохорические движения, несжимаемость.</p> <p>Траектории движения, линии тока. Установившееся (стационарное) движение. Вихрь поля скоростей (в эйлеровом описании), вихревые</p>	

		линии, вихревые поверхности. Кинематические теоремы Гельмгольца о вихревых трубках. Безвихревые (потенциальные) движения.	
1.3	Деформации материальных частиц среды.	Понятие деформации элементарных материальных частиц по Коши. Аффинор деформации, однородная деформация. Полярное разложение аффинора деформации: правый и левый тензоры растяжений (чистой деформации), тензор вращений (поворота), правые и левые главные оси деформации, главные удлинения. Примеры: жесткое движение, чистая деформация. Кратности удлинений элементарных материальных волокон и изменение углов между ними в процессе деформации. Подходы Коши-Грина и Коши-Альманзи к описанию деформаций. Меры деформаций Коши и Альманзи, тензоры деформаций Грина и Альманзи. Ориентированные элементарные площадки и элементарные объемы. Деформации элементарных площадок и объемов.	
1.4	Тензоры дисторсий.	Тензоры дисторсий. Выражение тензоров деформаций Грина и Альманзи через вектор перемещений, компонентные представления. Аддитивные тензоры растяжений и поворота. Случаи малых деформаций, малых дисторсий, классический случай «малых деформаций» (малые дисторсии и перемещения). Линейный тензор деформаций Коши. Относительное удлинение материального волокна, (угловой) сдвиг двух материальных волокон, относительное изменение объема в случаях малых деформаций и малых дисторсий (а также в классическом случае малых деформаций). Кинематический смысл декартовых компонент линейного тензора деформаций Коши.	
1.5	Наложение деформаций.	Замена отсчетной конфигурации. Актуальная конфигурация в качестве новой отсчетной (относительное описание). Наложение деформаций. Тензоры скоростей дисторсий, скоростей деформаций и скоростей вращений (спин), их связь с тензорами дисторсий, деформаций и вращений относительного описания. Связь тензоров скоростей деформаций и скоростей вращений с тензорами растяжений и поворота отсчетного (лагранжева) описания. Кинематический смысл спина и тензора скоростей деформаций, скорость относительного удлинения волокна, скорость (углового) сдвига двух волокон, скорость относительного изменения объема. Аналогия теории скоростей деформаций и классического случая малых деформаций. Ротор векторного и тензорного полей, следствия формулы Стокса для потенциальных и безвихревых полей. Уравнения совместности Сен-Венана, тензор несовместности.	
1.6	Теория напряжений.	Напряженное состояние среды. Постулат Коши. Основная лемма и фундаментальная теорема Коши о существовании тензора напряжений. Тензор истинных напряжений Коши. Нормальные и касательные напряжения, смысл декартовых компонент тензора напряжений. Теорема взаимности Коши, свойство парности касательных напряжений (декартовых компонент напряжений). Главные оси напряжений, главные напряжения. Пример напряженного состояния при одноосном растяжении. Тензоры условных напряжений Пиолы-Кирхгофа первого и второго рода, «энергетический» тензор напряжений Ильюшина. Лагранжево и смешанное описание напряженного состояния (вектора напряжений). Связь компонент тензоров напряжений в лагранжевых (в отсчетной и актуальной конфигурациях) и смешанном базисах. Связь между различными тензорами напряжений в случаях малых деформаций и малых дисторсий.	
<b>2. Практические занятия</b>			
	Основные понятия и законы классической механики	Тела, масса. Взаимодействия тел. Системы сил, результирующая сила. Попарная уравновешенность, сбалансированность систем сил. Мир событий как модель реального мира движущихся и взаимодействующих тел. Системы отсчета, замена системы отсчета. Движение, актуальные конфигурации тел. Основные характеристики движений и	

2.1		<p>взаимодействий.</p> <p>Основные законы классической механики: закон сохранения массы, закон соотнесенности сил и конфигураций тел, закон независимости мощности работы результирующих сил от системы отсчета. Следствия о сбалансированности и попарной уравниваемости системы сил и моментов сил.</p> <p>Большая система активно взаимодействующих тел. Инерциальные системы отсчета. Законы инерции Ньютона. Активные силы и силы инерции, даламберово равновесие. Первый и второй законы движения Эйлера.</p>	
2.2	Основные гипотезы механики сплошной среды.	<p>Основные гипотезы механики сплошной среды: гипотеза сплошности, гипотеза распределенности массы, гипотеза распределенности массовых и поверхностных сил; контактный характер поверхностных сил. Законы движения Коши-Эйлера в механике сплошной среды.</p> <p>Способы описания движения: материальное описание, лагранжевы способы (отсчетное и относительное описание), эйлеров способ (пространственное описание), — их эквивалентность.</p> <p>Материальные производные скалярных, векторных и тензорных механических характеристик по времени. Представление вектора ускорения и уравнения неразрывности в лагранжевой и эйлеровой формах. Кинематический смысл дивергенции поля скоростей в эйлеровом описании. Изохорические движения, несжимаемость.</p> <p>Траектории движения, линии тока. Установившееся (стационарное) движение. Вихрь поля скоростей (в эйлеровом описании), вихревые линии, вихревые поверхности. Кинематические теоремы Гельмгольца о вихревых трубках. Безвихревые (потенциальные) движения.</p>	
2.3	Деформации материальных частиц среды.	<p>Понятие деформации элементарных материальных частиц по Коши. Аффинор деформации, однородная деформация. Полярное разложение аффинора деформации: правый и левый тензоры растяжений (чистой деформации), тензор вращений (поворота), правые и левые главные оси деформации, главные удлинения. Примеры: жесткое движение, чистая деформация.</p> <p>Кратности удлинений элементарных материальных волокон и изменение углов между ними в процессе деформации. Подходы Коши-Грина и Коши-Альманзи к описанию деформаций. Меры деформаций Коши и Альманзи, тензоры деформаций Грина и Альманзи.</p> <p>Ориентированные элементарные площадки и элементарные объемы. Деформации элементарных площадок и объемов.</p>	
2.4	Тензоры дисторсий.	<p>Тензоры дисторсий. Выражение тензоров деформаций Грина и Альманзи через вектор перемещений, компонентные представления.</p> <p>Аддитивные тензоры растяжений и поворота. Случаи малых деформаций, малых дисторсий, классический случай «малых деформаций» (малые дисторсии и перемещения). Линейный тензор деформаций Коши.</p> <p>Относительное удлинение материального волокна, (угловой) сдвиг двух материальных волокон, относительное изменение объема в случаях малых деформаций и малых дисторсий (а также в классическом случае малых деформаций). Кинематический смысл декартовых компонент линейного тензора деформаций Коши.</p>	
2.5	Наложение деформаций.	<p>Замена отсчетной конфигурации. Актуальная конфигурация в качестве новой отсчетной (относительное описание). Наложение деформаций. Тензоры скоростей дисторсий, скоростей деформаций и скоростей вращений (спин), их связь с тензорами дисторсий, деформаций и вращений относительного описания. Связь тензоров скоростей деформаций и скоростей вращений с тензорами растяжений и поворота отсчетного (лагранжева) описания.</p> <p>Кинематический смысл спина и тензора скоростей деформаций, скорость относительного удлинения волокна, скорость (углового) сдвига двух волокон, скорость относительного изменения объема.</p> <p>Аналогия теории скоростей деформаций и классического случая малых деформаций. Ротор векторного и тензорного полей, следствия формулы Стокса для потенциальных и безвихревых полей. Уравнения совместности Сен-Венана, тензор несовместности.</p>	

2.6	Теория напряжений.	<p>Напряженное состояние среды. Постулат Коши. Основная лемма и фундаментальная теорема Коши о существовании тензора напряжений.</p> <p>Тензор истинных напряжений Коши. Нормальные и касательные напряжения, смысл декартовых компонент тензора напряжений. Теорема взаимности Коши, свойство парности касательных напряжений (декартовых компонент напряжений). Главные оси напряжений, главные напряжения. Пример напряженного состояния при одноосном растяжении.</p> <p>Тензоры условных напряжений Пиолы-Кирхгофа первого и второго рода, «энергетический» тензор напряжений Ильюшина. Лагранжево и смешанное описание напряженного состояния (вектора напряжений). Связь компонент тензоров напряжений в лагранжевых (в отсчетной и актуальной конфигурациях) и смешанном базисах. Связь между различными тензорами напряжений в случаях малых деформаций и малых дисторсий.</p>	
-----	--------------------	---	--

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Основные понятия и законы классической механики	5	5	0	10	20
2.	Основные гипотезы механики сплошной среды	5	5	0	10	20
3.	Деформации материальных частиц среды	6	6	0	14	26
4.	Тензоры дисторсий	6	6	0	14	26
5.	Наложение деформаций	6	6	0	14	26
6.	Теория напряжений	6	6	0	14	26
Итого:		34	34	0	76	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В ходе изучения курса предусмотрена самостоятельная работа (в виде выполнения домашних заданий), а также проведение коллоквиума (в форме индивидуального собеседования) и контрольной работы.

Учебные пособия по данному курсу размещены на сайте <https://vk.com/mehss>. На этом же сайте преподаватель публикует вспомогательные материалы и указания по изучаемым в данный момент вопросам, программы коллоквиумов и т.д.

При изучении материала курса по учебнику (конспекту) нужно, прежде всего, уяснить существо каждого излагаемого там вопроса. Главное – это понять изложенное в учебнике (конспекте), а не “заучить”.

Изучать материал рекомендуется по темам. Сначала следует прочитать весь материал темы (параграфа), особенно не задерживаясь на том, что показалось не совсем понятным; часто это становится понятным из последующего. Затем надо вернуться к местам, вызвавшим затруднения, и внимательно разобраться в том, что было неясно. Особое внимание при повторном чтении обратите на формулировки соответствующих определений, теорем и т. п.; в точных формулировках, как правило, существенно каждое слово, поэтому важно понять их смысл и уметь изложить их своими словами.

Доказательства надо уметь воспроизводить самостоятельно, поняв идею доказательства; пытаться просто их “заучивать” не следует, никакой пользы это не принесет.

Особое внимание следует уделить приобретению навыков решения задач; теоретические знания надо научиться применять на практике. Для этого, изучив материал данной темы, надо разобраться в

решениях соответствующих задач, которые приводятся в учебнике или обсуждаются на занятиях. Разбирая и решая задачи, обращайтесь внимание на то, какие положения теории применяются.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	<b>Ильюшин А.А.</b> Механика сплошной среды : учебник / А.А. Ильюшин. – М.: изд-во Ленанд, 2014. – 320 с.
2.	<b>Мейз Дж.</b> Теория и задачи механики сплошных сред : учебное пособие / Дж. Мейз. – М.: Либроком, 2010. – 322 с.
3.	<b>Эглит М.А.</b> Лекции по основам механики сплошных сред : учебное пособие / М.А. Эглит. – М.: Ленанд, 2014. – 208 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4.	<b>Трусделл К.</b> Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред : учебник / К. Трусделл. – М.: Мир, 1975. – 592 с.
5.	<b>Седов Л.И.</b> Механика сплошной среды : учебник. В 2 т. Т.1. / Л.И. Седов. – М.: Наука, 1984. – 492 с. ( см. <a href="https://vk.com/mehss">https://vk.com/mehss</a> )
6.	<b>Ильюшин А.А.</b> Задачи и упражнения по механике сплошной среды : учебное пособие / А.А. Ильюшин [и др.] – М.: изд-во МГУ, 1979. – 200 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Ресурс
7.	<a href="https://vk.com/mehss">https://vk.com/mehss</a> – страница «В Контакте», посвященная данному курсу
8.	<a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a> – электронный каталог ЗНБ ВГУ

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	<b>Седов Л.И.</b> Механика сплошной среды : учебник. В 2 т. Т.1. / Л.И. Седов. – М.: Наука, 1984. – 492 с. ( см. <a href="https://vk.com/mehss">https://vk.com/mehss</a> )
2	<b>Ильюшин А.А.</b> Задачи и упражнения по механике сплошной среды : учебное пособие / А.А. Ильюшин [и др.] – М.: изд-во МГУ, 1979. – 200 с.
3	<b>Прядко И.Н.</b> Кинематика : учебно-метод. пособие / И.Н. Прядко, Т.Ю. Сапронова. — Воронеж : Издат. дом ВГУ, 2021 .— 48 с. ( <a href="https://vk.com/t_meh">https://vk.com/t_meh</a> )
4	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ». Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows, Microsoft Office, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet Explorer, ноутбук.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

учебная аудитория: специализированная мебель

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Основные понятия и законы классической механики	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	домашние задания, контрольная работа, комплект КИМ
2.	Основные гипотезы механики сплошной среды	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	домашние задания, контрольная работа, комплект КИМ
3.	Деформации материальных частиц среды	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	домашние задания, контрольная работа, комплект КИМ
4.	Тензоры дисторсий	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	домашние задания, комплект КИМ
5.	Наложение деформаций	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	домашние задания, комплект КИМ
6.	Теория напряжений	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	домашние задания, комплект КИМ
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				Перечень вопросов к зачету, комплект КИМ

**20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания****20.1 Текущий контроль успеваемости**

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

домашние задания, контрольная работа.

**20.1.1 Перечень заданий для контрольной работы**

- Вариант 1**
1. Ввести пространственную систему координат и лагранжевы координаты частиц и найти закон движения, если твердое тело движется поступательно со скоростью, постоянной по направлению и имеющей постоянную величину  $v$ .
  2. Плотность каждой индивидуальной частицы несжимаемой среды остается постоянной. Может ли в какой-нибудь точке пространства происходить изменение плотности со временем?
  3. Показать, что любой тензор второго ранга представляется в виде суммы симметричного и антисимметричного тензоров. Единственно ли такое представление?

- Вариант 2**
1. Ввести пространственную систему координат и лагранжевы координаты частиц и найти закон движения, если твердое тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью.
  2. Могут ли частицы среды двигаться ускоренно, если:
    - а) скорости всех частиц одинаковы?
    - б) в каждой точке пространства скорость не изменяется со временем?



3. Найти общий вид тензора второго ранга  $t$ , если во всяком ортонормированном базисе его компонента  $t_{12}$  равна нулю.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:


контрольная работа, собеседование по билетам.

### 20.2.1 Перечень основных вопросов к зачету

1. Предмет и область применения механики сплошной среды (МСС). Основные гипотезы и понятия МСС (гипотеза сплошности; гипотеза о пространстве и времени; декартова система отсчета; частица среды; плотность среды; закон движения, скорость и ускорение точки сплошной среды).
2. Метод Лагранжа и метод Эйлера изучения сплошной среды. Индивидуальная (полная) производная по времени.
3. Тензоры второго ранга : определение диадного произведения элементов линейного пространства, определение тензора, сложение тензоров и умножение тензора на число.
4. Симметричные и антисимметричные тензоры второго ранга : определение и три теоремы.
5. Векторное произведение двух векторов (определение и формула для вычисления координат).
6. Движение твердого тела : определение твердого тела; поступательное движение твердого тела; вращательное движение твердого тела (вывод формулы, связывающей скорость точки и вектор угловой скорости); теорема Эйлера (без доказательства).
7. Производная Фреше отображения, действующего в линейных нормированных пространствах (определение; примеры для конечномерных пространств; матрица Якоби). Дифференциал Фреше.
8. Некоторые свойства матриц (четыре свойства; первое – без доказательства).
9. Перемещение твердого тела в пространстве. Вывод формулы для приближенного вычисления вектора перемещения точки твердого тела (два случая).
10. Перемещение малой частицы сплошной среды. Вывод формулы для приближенного вычисления вектора перемещения точки частицы сплошной среды. Тензор малых деформаций. Примеры.
11. Распределение скоростей в малой частице сплошной среды. Вывод формулы для приближенного вычисления вектора скорости точки частицы сплошной среды. Тензор скоростей деформаций.
12. Двойные интегралы : определение, способы вычисления. Пример (центр масс плоской пластины).
13. Поверхностные интегралы первого типа : определение, способ вычисления. Примеры (центр масс тяжелой поверхности; сила притяжения точки тяжелой поверхностью).
14. Тройные интегралы : определение, способы вычисления. Примеры (вычисление массы тела; центр масс тяжелого тела; сила притяжения точки тяжелым телом).
15. Вектор нормали к гладкой поверхности. Формула Остроградского (для тела, ограниченного кусочно-гладкой поверхностью) (без доказательства).
16. Векторное поле. Дивергенция вектора. Поле скоростей. Индивидуальный подвижный объем сплошной среды (ИПО СС). Дифференцирование по времени интеграла по ИПО (формула производной по времени – без доказательства).
17. Уравнение неразрывности (в переменных Эйлера и переменных Лагранжа).
18. Силы, действующие на точки сплошной среды : внутренние и внешние силы; массовые и поверхностные силы. Плотность силы. Примеры.
19. Скорость изменения импульса (количества движения) системы материальных точек. Уравнение количества движения для ИПО СС.

## 20.2.2 Комплект КИМ

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой функционального  
анализа и операторных уравнений

  
Каменский М.И.  
подпись, расшифровка подписи

19.05.22

Направление подготовки / специальность \_\_\_01.05.01\_\_\_ фундаментальные математика и механика

Дисциплина \_\_\_ Б1.О.27 Основы и математические модели механики сплошной среды

Форма обучения \_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
*очное, очно-заочное, заочное*

Вид контроля \_\_\_\_\_ зачет с оценкой \_\_\_\_\_  
*экзамен, зачет*

Вид аттестации \_\_\_\_\_ промежуточная \_\_\_\_\_  
*текущая, промежуточная*


### Контрольно-измерительный материал № 1

1. Предмет и область применения механики сплошной среды (МСС). Основные гипотезы и понятия МСС (гипотеза сплошности; гипотеза о пространстве и времени; декартова система отсчета; частица среды; плотность среды; закон движения, скорость и ускорение точки сплошной среды).

2. Полярное разложение аффинора деформации: правый и левый тензоры растяжений (чистой деформации), тензор вращений (поворота), правые и левые главные оси деформации, главные удлинения. Примеры: жесткое движение, чистая деформация.

Преподаватель  Сапронова Т.Ю.  
подпись    расшифровка подписи

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой функционального  
анализа и операторных уравнений

 Каменский М.И.  
подпись, расшифровка подписи

19.05.22

Направление подготовки / специальность \_\_\_01.05.01\_\_\_ фундаментальные математика и механика

Дисциплина \_\_\_ Б1.О.27 Основы и математические модели механики сплошной среды \*

Форма обучения \_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
*очное, очно-заочное, заочное*

Вид контроля \_\_\_ зачет с оценкой \_\_\_\_\_  
*экзамен, зачет*


Вид аттестации \_\_\_ промежуточная \_\_\_\_\_  
*текущая, промежуточная*

## Контрольно-измерительный материал № 2

1. Метод Лагранжа и метод Эйлера изучения сплошной среды. Индивидуальная (полная) производная по времени.
2. Подходы Коши-Грина и Коши-Альманзи к описанию деформаций. Меры деформаций Коши и Альманзи, тензоры деформаций Грина и Альманзи.

Преподаватель  Сапронова Т.Ю.  
подпись    расшифровка подписи

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой функционального  
анализа и операторных уравнений

 Каменский М.И.  
*подпись, расшифровка подписи*

19.05.22

Направление подготовки / специальность \_\_\_01.05.01\_\_\_ фундаментальные математика и механика

Дисциплина \_\_\_ Б1.О.27 Основы и математические модели механики сплошной среды

Форма обучения \_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
*очное, очно-заочное, заочное*

Вид контроля \_\_\_ зачет с оценкой \_\_\_\_\_  
*экзамен, зачет*


Вид аттестации \_\_\_ промежуточная \_\_\_\_\_  
*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 3

1. Тензоры второго ранга : определение диадного произведения элементов линейного пространства, определение тензора, сложение тензоров и умножение тензора на число.
2. Ориентированные элементарные площадки и элементарные объемы. Деформации элементарных площадок и объемов.

Преподаватель  Сапронова Т.Ю.,  
*подпись расшифровка подписи*

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой функционального  
анализа и операторных уравнений

 Каменский М.И.  
*подпись, расшифровка подписи*

19.05.22

Направление подготовки / специальность \_\_\_01.05.01\_\_\_ фундаментальные математика и механика

Дисциплина \_\_\_ Б1.О.27 Основы и математические модели механики сплошной среды

Форма обучения \_\_\_ очная \_\_\_\_\_  
*очное, очно-заочное, заочное*

Вид контроля \_\_\_ зачет с оценкой \_\_\_\_\_  
*экзамен, зачет*


Вид аттестации \_\_\_ промежуточная \_\_\_\_\_  
*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 4

1. Движение твердого тела : определение твердого тела; поступательное движение твердого тела; вращательное движение твердого тела (вывод формулы, связывающей скорость точки и вектор угловой скорости); теорема Эйлера.
2. Тензоры дисторсий. Выражение тензоров деформаций Грина и Альманзи через вектор перемещений, компонентные представления.

Преподаватель  Сапронова Т.Ю.  
*подпись расшифровка подписи*

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой функционального  
анализа и операторных уравнений

  
Каменский М.И.  
*подпись, расшифровка подписи*

19.05.22

Направление подготовки / специальность \_\_\_01.05.01\_\_\_ фундаментальные математика и механика

Дисциплина \_\_\_Б1.О.27\_\_\_ Основы и математические модели механики сплошной среды

Форма обучения \_\_\_очная\_\_\_  
*очное, очно-заочное, заочное*

Вид контроля \_\_\_зачет с оценкой\_\_\_  
*экзамен, зачет*

Вид аттестации \_\_\_промежуточная\_\_\_  
*текущая, промежуточная*

### Контрольно-измерительный материал № 5

1. Перемещение твердого тела в пространстве. Вывод формулы для приближенного вычисления вектора перемещения точки твердого тела (два случая).
2. Случаи малых деформаций, малых дисторсий, классический случай «малых деформаций» (малые дисторсии и перемещения). Линейный тензор деформаций Коши.

Преподаватель  Сапронова Т.Ю.  
*подпись расшифровка подписи*

### 20.3 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), умеет доказывать теоремы, способен иллюстрировать ответ примерами и применять теоретические знания при решении задач.	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами и применять теоретические знания при решении задач, но допускает ошибки в доказательстве теорем.	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, но не умеет доказывать теоремы.	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
Обучающийся не владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины).	–	<i>Неудовлетворительно</i>
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами.	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Зачтено</i>
Обучающийся не владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины).	–	<i>Не зачтено</i>

### 20.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: устного опроса (индивидуальный опрос на коллоквиуме); письменных работ (контрольные работы). Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний, или практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений, навыков и опыт деятельности.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.